Exercice 9 :

$f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$

1°/ Justifier l'existence et l'unicité d'une primitive F définie sur $\mathbb{R}$ tel que F(0) = 0

2°/ Montrer que F est une fonction impaire .

3°/ Soit G(x) = F (tan x) où x $\in \left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$

a) Montrer que G est dérivable sur $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$. Calculer G'(x)

b) En déduire G(x)

c)Calculer F(1)

4°/ Montrer que $\forall x > 0$ on a : $F(x) + F(\dfrac{1}{x}) = \dfrac{\pi}{2}$

Exercice 10 :

$f(x) = \sqrt{1-x^2}$

1°/ Déterminer Df ?

2°/ Prouver l'existence et l'unicité d'une primitive F définie sur [-1 , 1], tel que F(0) = 0

3°/ Soit $\varphi(x) = F(\sin x)$ où x $\in \left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$

a) Montrer que φ est dérivable sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$. Calculer $\varphi'(x)$

b) En déduire $\varphi(x)$